Colégio Pedro II

Campus Engenho Novo II

Projeto Olimpíadas de Matemática

2013

Profs. Francisco Pereira e Liliana Costa

Coordenação: Profª Isabel Cristina G. Castro

Projeto Olimpíadas 2013 - Equipe de Matemática

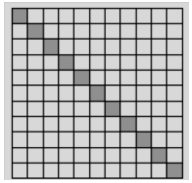
Unidade III – Contagem

Exercícios para o Nível 1 – 6º e 7º anos

1) Um livro de cem páginas tem suas páginas numeradas de 1 a 100. Quantas folhas desse livro possuem o algarismo 5 em sua numeração? (Atenção: uma folha tem duas páginas.)

   (a) 13 (b) 14 (c) 15 (d) 16 (e) 17

2) Considere um tabuleiro com 11 linhas e 11colunas.



(a) Quantas casas formam este tabuleiro?

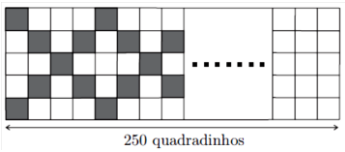
(b) A diagonal cujas casas estão sombreadas separa o tabuleiro em duas regiões: uma acima e outra abaixo. Quantas casas formam cada região? É possível calcular esse número sem contar casa por casa?

(c) Com a ajuda do tabuleiro, é possível calcular a soma 1+2+...+10. Explique como.

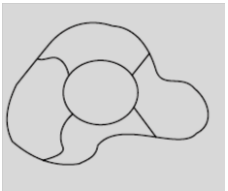
(d) Com a ajuda de outro tabuleiro, com o raciocínio semelhante ao do item anterior, é possível calculara soma 1+2+...+100. Qual deve ser a quantidade de linhas e colunas do tabuleiro? Qual o valor da soma?

3) As nove casas de um tabuleiro 3 × 3 devem ser pintadas de forma que em cada coluna, cada linha e cada uma das duas diagonais não haja duas casas de mesma cor. Qual é o menor número de cores necessárias para isso?
   (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6 (e) 7

4) Uma faixa quadriculada tem 5 quadradinhos na largura e 250 quadradinhos no comprimento. Alguns quadradinhos serão pintados de cinza, começando da esquerda, conforme o modelo ilustrado na figura, e continuando com este padrão até chegar ao final da faixa, à direita.
   Quantos quadradinhos não serão pintados?

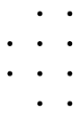


5) A figura mostra o mapa de um país (imaginário) constituído por cinco estados. Deseja-se colorir esse mapa com as cores verde, azul e amarelo, de modo que dois estados vizinhos não possuam a mesma cor. De quantas maneiras diferentes o mapa pode ser pintado?
   (A) 12 (D) 24
   (B) 6 (E) 120
   (C) 10



6) Em um ano, no máximo quantos meses têm cinco domingos?
   (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6 (e) 7

7) Doze pontos são marcados sobre uma grade de pontos, como mostrado na figura.



   Quantos quadrados podem ser formados ligando quatro desses pontos?

8) João possui um baralho com 52 cartas numeradas de 1 até 52 . Um conjunto de três cartas é chamado sortudo se a soma dos algarismos em cada carta é a mesma. Qual é o número mínimo de cartas que João tem de pegar do baralho, sem olhar, de tal forma que entre as cartas que ele pegou necessariamente existam três cartas que formam um conjunto de cartas sortudo?

9) Noventa e nove maçãs são distribuídas entre alguns garotos de tal forma que todos recebem quantidades diferentes de maçãs.
   (a) Qual o número máximo de garotos que pode haver nesse grupo?
   (b) Havendo dez garotos, qual o número máximo de maçãs que recebe o garoto que ganhou menos maçãs?

Projeto Olimpíadas 2013 - Equipe de Matemática

Unidade III – Contagem

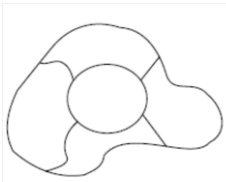
Exercícios para o Nível 2 – 8º e 9º anos

1) Uma faixa quadriculada tem 5 quadradinhos na largura e 250 quadradinhos no comprimento. Alguns quadradinhos serão pintados de cinza, começando da esquerda, conforme o modelo ilustrado na figura, e continuando com este padrão até chegar ao final da faixa, à direita.

Quantos quadradinhos não serão pintados?

2) A figura mostra o mapa de um país (imaginário) constituído por cinco estados. Deseja-se colorir esse mapa com as cores verde, azul e amarelo, de modo que dois estados vizinhos não possuam a mesma cor. De quantas maneiras diferentes o mapa pode ser pintado?

(A) 12 (D) 24
(B) 6 (E) 120
(C) 10



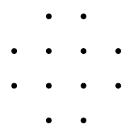
3) Em um ano, no máximo quantos meses têm cinco domingos?
(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6 (e) 7

4) As nove casas de um tabuleiro 3 × 3 devem ser pintadas de forma que em cada coluna, cada linha e cada uma das duas diagonais não haja duas casas de mesma cor. Qual é o menor número de cores necessárias para isso?
(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6 (e) 7

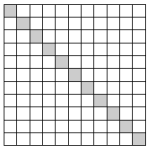
5) Quantos inteiros da lista 100, 101, 102, ..., 999 não possuem algarismos iguais a 2, 5, 7 ou 8?
(A) 160 (B) 170 (C) 180 (D) 190 (E) 200

6) Um número com dois dígitos distintos e não nulos é chamado de bonito se o dígito das dezenas é maior do que o dígito das unidades. A quantidade de números bonitos é:
(A) 72 (B) 36 (C) 35 (D) 64 (E) 56

7) Doze pontos são marcados sobre uma grade de pontos, como mostrado na figura.



Quantos quadrados podem ser formados ligando quatro desses pontos?



8) Considere um tabuleiro com 11 linhas e 11colunas.

(a) Quantas casas formam este tabuleiro?
(b) A diagonal cujas casas estão sombreadas separa o tabuleiro em duas regiões: uma acima e outra abaixo. Quantas casas formam cada região? É possível calcular esse número sem contar casa por casa?
(c) Com a ajuda do tabuleiro, é possível calcular a soma 1+2+...+10. Explique como.
(d) Com a ajuda de outro tabuleiro, com o raciocínio semelhante ao do item anterior, é possível calcular a soma 1+2+...+100. Qual deve ser a quantidade de linhas e colunas do tabuleiro? Qual o valor da soma?

9) João possui um baralho com 52 cartas numeradas de 1 até 52 . Um conjunto de três cartas é chamado sortudo se a soma dos algarismos em cada carta é a mesma. Qual é o número mínimo de cartas que João tem de pegar do baralho, sem olhar, de tal forma que entre as cartas que ele pegou necessariamente existam três cartas que formam um conjunto de cartas sortudo?

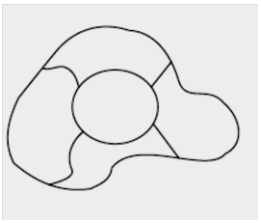
10) Noventa e nove maçãs são distribuídas entre alguns garotos de tal forma que todos recebem quantidades diferentes de maçãs.
(a) Qual o número máximo de garotos que pode haver nesse grupo?
(b) Havendo dez garotos, qual o número máximo de maçãs que recebe o garoto que ganhou menos maçãs?

Projeto Olimpíadas 2013 - Equipe de Matemática

Unidade III – Contagem

Exercícios para o Nível 3 – Ens. Médio

1) A figura mostra o mapa de um país (imaginário) constituído por cinco estados. Deseja-se colorir esse mapa com as cores verde, azul e amarelo, de modo que dois estados vizinhos não possuam a mesma cor. De quantas maneiras diferentes o mapa pode ser pintado?
(A) 12
(B) 6
(C) 10
(D) 24
(E) 120?



2) Quantos resultados diferentes podemos obter somando pares de números distintos do conjunto {1,2,3,...,2006}?

(a) 2006 (b) 2007 (c) 4009 (d) 4011 (e) 4012

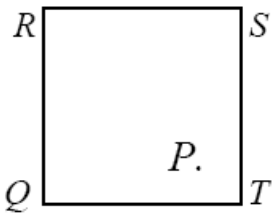
3) Quantos inteiros da lista 100, 101, 102, ..., 999 não possuem algarismos iguais a 2, 5, 7 ou 8?

(A) 160 (B) 170 (C) 180 (D) 190 (E) 200

4) Um número com dois dígitos distintos e não nulos é chamado de bonito se o dígito das dezenas é maior do que o dígito das unidades. A quantidade de números bonitos é:

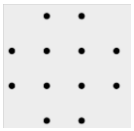
(A) 72 (B) 36 (C) 35 (D) 64 (E) 56

5) Um ponto P é escolhido ao acaso no interior de um quadrado QRST. Qual é a probabilidade do ângulo RPQ ser agudo?



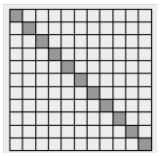
(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\sqrt{2}-1$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$ (E) $1-\frac{\pi}{8}$

6) Doze pontos são marcados sobre uma grade de pontos, como mostrado na figura.



Quantos quadrados podem ser formados ligando quatro desses pontos

7) Considere um tabuleiro com 11 linhas e 11colunas.



(a) Quantas casas formam este tabuleiro?
(b) A diagonal cujas casas estão sombreadas separa o tabuleiro em duas regiões: uma acima e outra abaixo. Quantas casas formam cada região? É possível calcular esse número sem contar casa por casa?
(c) Com a ajuda do tabuleiro, é possível calcular a soma 1+2+...+10. Explique como.
(d) Com a ajuda de outro tabuleiro, com o raciocínio semelhante ao do item anterior, é possível calculara soma 1+2+...+100. Qual deve ser a quantidade de linhas e colunas do tabuleiro? Qual o valor da soma?

8) João possui um baralho com 52 cartas numeradas de 1 até 52 . Um conjunto de três cartas é chamado sortudo se a soma dos algarismos em cada carta é a mesma. Qual é o número mínimo de cartas que João tem de pegar do baralho, sem olhar, de tal forma que entre as cartas que ele pegou necessariamente existam três cartas que formam um conjunto de cartas sortudo?

9) Noventa e nove maçãs são distribuídas entre alguns garotos de tal forma que todos recebem quantidades diferentes de maçãs.
(a) Qual o número máximo de garotos que pode haver nesse grupo?
(b) Havendo dez garotos, qual o número máximo de maçãs que recebe o garoto que ganhou menos maçãs?