



Colégio Pedro II – Campus Engenho Novo II
Projeto Olimpíadas de Matemática – 2014
Coordenação do Projeto: Isabel
Professores: Diego e Renato



Nome:

Turma:

NÍVEL 3

1. Seja ABC um triângulo retângulo em A . Seja D o ponto médio de AC . Sabendo que $BD = 3DC$ e que $AC = 2$, a hipotenusa do triângulo é:

- A) $\sqrt{7}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $\sqrt{10}$ E) $2\sqrt{3}$

2. Determine $x + y$, onde x e y são reais, sabendo que $x^3 + y^3 = 9$ e $xy^2 + x^2y = 6$.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

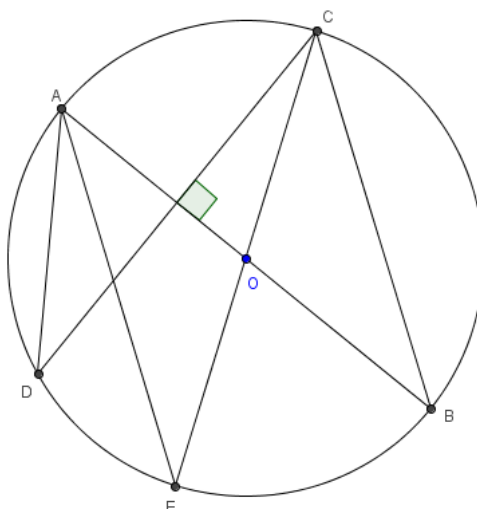
3. O programa "Quem não quer o bode?" ficou muito famoso nos Estados Unidos. O programa era como a seguir: o participante deve escolher uma dentre três portas. Atrás de uma das portas, há um carro e atrás de cada uma das outras duas, há um bode. O convidado ganhará o que estiver atrás da porta escolhida. Entretanto, os organizadores do programa perceberam, com o passar do tempo, que aproximadamente dois em cada três participantes ganhavam o carro e, com isso, decidiram mudar o programa. Agora, cada uma das três portas teriam números de 1 a 3 e haveria um porteiro identificado com o número da porta. Cada porteiro faz uma afirmação que pode ser verdade ou mentira. Em seguida, o participante escolhe a porta na qual acredita que o carro está. Em um dos programas, foram ditas as seguintes afirmações pelos porteiros:

- Porteiro 1: O carro não está atrás da porta 3.
- Porteiro 2: O carro está atrás da minha porta.
- Porteiro 3: O carro não está atrás da minha porta.

Sabe-se que pelo menos uma das afirmações é verdade e que pelo menos uma é mentira. Atrás de qual porta está o carro?

- A) porta 1 B) porta 2 C) porta 3 D) não é possível identificar. E) não é possível que esteja em nenhuma delas.

4. Na figura abaixo o ponto O é o centro da circunferência que passa pelos pontos A, B, C, D e E . Sabendo que o diâmetro AB e a corda CD são perpendiculares e que $\angle BCE = 35^\circ$ o valor em graus do ângulo $\angle DAE$ é:



- A) 35° B) 10° C) 20° D) 30° E) 55°

5. Juquinha gosta muito de brincar com sua calculadora. Os algarismos na calculadora ficam de acordo com a figura a seguir:



Com isso, ele definiu números *interessantes invertidos* como sendo números que não possuem dígito 1 e tais que se você olhá-lo com a calculadora girada 180°, ele continua sendo um número. Por exemplo, 25 é interessante invertido, pois ao girá-lo obtemos 52 que continua sendo um número. Já 3 não é interessante, pois ao girar a calculadora obtemos algo semelhante a um E.



Existem quantos números interessantes invertidos de 3 algarismos? (Nessa questão, sequências com zero à esquerda não são considerados números válidos)

- A) 150 B) 216 C) 125 D) 80 E) 120

6. Quantos números de quatro algarismos distintos não têm 1 nas unidades, nem 2 nas dezenas, nem 3 nas centenas e nem 4 nos milhares?

- A) Menos de 1000 B) Mais de 1000 e menos de 2000 C) Mais de 2000 e menos de 3000
D) Mais de 3000 e menos de 4000 E) Mais de 4000

7. Joana preenche completamente um quadriculado retangular escrevendo os números de 1 a 2013, sendo um número para cada quadrado. Ela começa no canto superior esquerdo e preenche a primeira coluna, depois preenche a segunda coluna, de cima para baixo e continua, da mesma forma, preenchendo a terceira coluna, a quarta, etc., até chegar à última coluna e terminar no canto inferior direito. Se o número 50 está na segunda coluna e o número 100 na quarta coluna, em qual coluna estará escrito o número 1000?

- A) 23 B) 31 C) 33 D) 39 E) 61

8. O triângulo aritmético de Fibonacci é formado pelos números ímpares inteiros positivos a partir do 1 dispostos em linhas com ordem crescente em cada linha e pulando para a linha seguinte. A linha n possui exatamente n números. Veja as quatro primeiras linhas.

Linha 1: 1
Linha 2: 3 5
Linha 3: 7 9 11
Linha 4: 13 15 17 19

...

Em qual linha aparecerá o 2013?

- A) 45 B) 46 C) 62 D) 63 E) 64

9. Se x e y são inteiros positivos tais que $x(x + 2 + 4 + 6 + \dots + 4024) = 2013^y$, qual é o valor de y ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. (DESAFIO) Qual dos seguintes números é o mais próximo da quantidade de algarismos de 3^{400} ?

- A) 100 B) 150 C) 200 D) 240 E) 300