Colégio Pedro II – Campus Engenho Novo II
Projeto Olimpíadas de Matemática – 2014
Coordenação do Projeto: Isabel
Professores: Diego e Renato

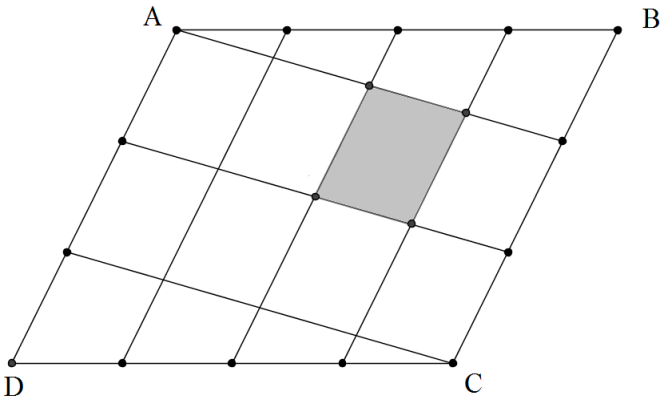
Nome: Turma:

NÍVEL 3

1. Na expressão $\frac{M \times A \times T \times E \times M}{A \times T \times I \times C \times A}$, letras diferentes representam dígitos diferentes e letras iguais representam dígitos iguais. Qual é o maior valor possível desta expressão?
(A) 38 (B) 96 (C) 108 (D) 576 (E) 648

2. Em uma pesquisa de rua, cada entrevistado respondeu a quatro perguntas, podendo sua resposta ser *sim* ou *não*, para cada uma das perguntas. Qual o número mínimo de entrevistados para garantirmos que duas pessoas responderam igualmente a todas as perguntas?
(A) 16 (B) 17 (C) 9 (D) 5 (E) 33

3. Os lados *AB* e *DC* do paralelogramo *ABCD* foram divididos em 4 segmentos iguais. Os lados *AD* e *BC* foram divididos em 3 segmentos iguais. Os pontos de divisão foram conectados como indica a figura abaixo. Se a área de *ABCD* é 84, determine a área sombreada.



(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 7 (E) 12

4. Os algarismos não nulos *A*, *B* e *C* formam os números *ABC*, *BCA* e *CAB* tais que $ABC + BCA + CAB = AAA \times 10$. Quantos números *ABC* desse tipo existem?
(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 15 (E) nenhum

5. Se $x^2 = 2x + 4$, então $(x + 1)^{-1}$ é igual a
(A) $x + 2$ (B) $x - 3$ (C) $x - 1$ (D) $2x + 5$ (E) $3x + 5$

6. As massas de todos os pares possíveis formados com 5 estudantes são 90 kg, 92 kg, 93 kg, 94 kg, 95 kg, 96 kg, 97 kg, 98 kg, 100 kg e 101 kg. Qual é a massa do estudante de massa intermediária?
(A) 52 kg (B) 51 kg (C) 49 kg (D) 48 kg (E) 46 kg

7. Para Mariazinha, existem somente quatro números que ela considera *atraentes* : 1, 3, 13 e 31. Um outro número será *quase atraente* somente se puder ser expresso como soma de pelo menos um de cada um dos quatro números atraentes. Por exemplo, 1 + 3 + 3 + 3 + 13 + 31 = 54 é quase atraente. No mínimo, quantos números atraentes devem ser somados para mostrar que 2012 é um número quase atraente?

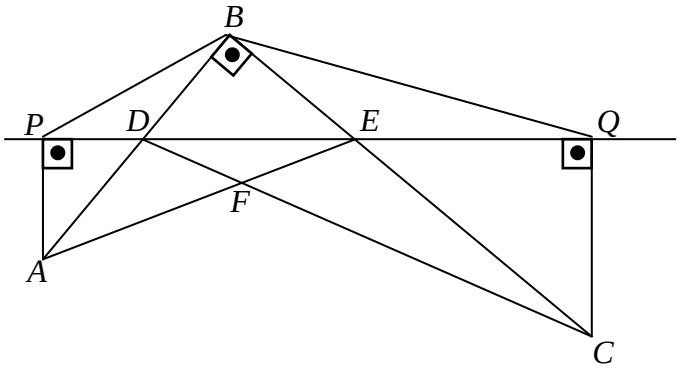
(A) 68 (B) 70 (C) 71 (D) 99 (E) 2011

8. A soma de dois inteiros positivos é 2012. A diferença entre o maior e o menor valores possíveis do produto dos dois números é

(A) 1006^2 (B) 1005^2 (C) $1005 \cdot 1007$

(D) $1005 \cdot 1006$ (E) $1006 \cdot 1007$

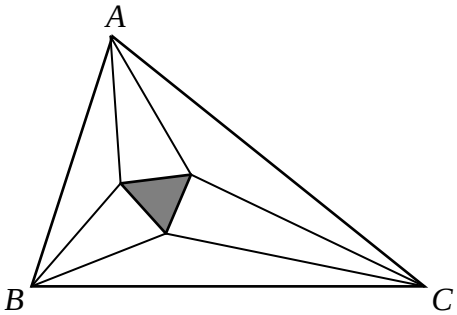
9. Na figura a seguir, o ângulo $A\hat{B}C$ é reto; a reta *r* corta os segmentos *AB* e *BC* em *D* e *E*, respectivamente; as retas *CD* e *AE* se cortam em *F*; *P* e *Q* são as projeções ortogonais de *A* e *C* sobre a reta *r*, respectivamente.



Sendo o ângulo entre as retas *CD* e *AE* igual a $m(A\hat{F}D) = 40^\circ$, a medida de $P\hat{B}Q$, em graus, é

(A) 110 (B) 120 (C) 130 (D) 140 (E) 160

10. O *teorema de Morley* diz que, ao traçarmos as retas que dividem cada ângulo interno de um triângulo *ABC* em três ângulos iguais, obtemos um triângulo equilátero chamado *triângulo de Morley de ABC*, como o que está destacado na figura a seguir:



Qual é a medida do lado do triângulo de Morley de um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem 2?

(A) $2\sqrt{2} - \sqrt{6}$ (B) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (C) $\sqrt{6} - 2$

(D) $2 - \sqrt{3}$ (E) $2\sqrt{3} - \sqrt{6}$